


**Sesiunea I, iulie 2015**

**1**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + n^2 + 1} - n)$     **A**  $\frac{1}{3}$     **B** 0    **C**  $\infty$     **D**  $\frac{2}{3}$     **E** 1

**2**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{2}{x}}}{x}$     **A** 0    **B**  $-e$     **C**  $-e^2$     **D**  $\infty$     **E**  $-1$

Fie  $(a_n)_{n \geq 1}$  un șir de numere reale astfel încât șirul  $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} - a_n \cdot \sqrt{n}$  să fie mărginit.

**3** Atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  este:    **A** 0    **B** 2    **C** 1    **D**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     **E**  $\sqrt{2}$

Să se calculeze limitele:

**4**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x^3}$     **A** 0    **B**  $\frac{1}{6}$     **C**  $\frac{1}{2}$     **D**  $\frac{1}{3}$     **E**  $\infty$

**5**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^{12} x - x^{12}}{x^{14}}$     **A**  $\frac{6}{7}$     **B**  $\frac{1}{14}$     **C** 4    **D** 0    **E**  $\infty$

**6**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$     **A** 0    **B**  $\frac{1}{3}$     **C**  $\frac{2}{3}$     **D**  $\frac{1}{6}$     **E**  $\infty$

În planul  $xOy$  se consideră punctele  $A(8, 0)$ ,  $B(0, 6)$  și  $M(x, y)$ .

**7** Mijlocul segmentului  $AB$  este punctul:  
**A** (4, 3)    **B** (3, 4)    **C** (2, 2)    **D** (3, 3)    **E** (4, 4)

**8** Minimul sumei  $MA^2 + MB^2$  este:    **A** 25    **B** 50    **C** 5    **D** 0    **E** 100

**9** Minimul sumei  $MA^2 + MB^2$  când  $M(x, y)$  aparține dreptei de ecuație  $x = y$  este:  
**A** 49    **B** 60    **C** 51    **D** 10    **E** 14

**10** Maximul sumei  $MA^2 + MB^2$  când  $M(x, y)$  verifică  $|x| + |y| = 1$  este:  
**A** 118    **B** 100    **C** 90    **D** 120    **E** 60

**11** Ecuația dreptei care trece prin origine și este paralelă cu  $AB$  este:  
**A**  $4x + 3y = 0$     **B**  $3x + 4y = 0$     **C**  $3x - 4y = 0$     **D**  $4x - 3y = 0$     **E**  $x = y$

**12**  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 (\cos x - \sin x)^n dx$  este:  
**A**  $\infty$     **B** 0    **C** 1    **D**  $\frac{1}{2}$     **E**  $\cos 1$

**13**  $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$  este:    **A**  $\frac{\pi^2}{8}$     **B**  $\pi^2$     **C**  $\frac{\pi^2}{2}$     **D**  $\frac{\pi^2}{4}$     **E** 0

**14**  $\int_0^{2\pi} \cos^2(nx) dx$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este:    **A**  $\frac{n\pi}{2}$     **B**  $2\pi$     **C** 0    **D**  $n\pi$     **E**  $\pi$



**15**  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \int_t^{2t} \frac{\ln(1+2x)}{\sin x} dx$  este:  A 2  B 1  C 0  D  $\infty$   E  $\ln 2$

**16**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^2 \sqrt[n]{x^n + (2-x)^n} dx$  este:  A  $\infty$   B 1  C 2  D 0  E 3

**17**  $\int_0^1 x \ln(1+x) dx$  este:  A  $\ln 4$   B  $\frac{1}{2}$   C  $\ln 2$   D  $\frac{1}{4}$   E 1

Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[3]{x - \sin x}$ .

**18**  $f(0)$  este:  A -1  B 1  C  $\sqrt{2}$   D  $\sqrt[3]{2}$   E 0

**19**  $f'(0)$  este:  A 0  B  $\sqrt{6}$   C  $\sqrt[3]{6}$   D  $\frac{1}{\sqrt[3]{6}}$   E  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

**20** Inegalitatea  $2^x + a^x \geq 3^x + 4^x$  are loc pentru orice  $x \in \mathbb{R}$  dacă și numai dacă parametrul  $a > 0$  este:

A 6  B 3  C 4  D  $e$   E 12

**21** Graficele funcțiilor  $f(x) = ax^2 + bx + 2$  și  $g(x) = 1 - \frac{1}{x}$ ,  $x > 0$  au tangentă comună în punctul de abscisă  $x_0 = 1$  dacă perechea  $(a, b)$  este:

A (3, 5)  B (3, -5)  C (1, 1)  D (0, -1)  E (0, 0)

Fie  $F$  o primitivă a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{x^2}$ .

**22**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x F(x)}{f(x)}$  este:  A  $\frac{1}{2}$   B 1  C  $e^2$   D 0  E  $\infty$

**23**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x F(x)}{f(x)}$  este:  A  $\frac{1}{2}$   B 1  C  $e^2$   D 0  E  $\infty$

**24** Numărul soluțiilor din  $[0, \pi]$  ale ecuației  $2 \sin x - 1 = 0$  este:

A 1  B 0  C 2  D 4  E 3

**25** Numărul valorilor reale ale lui  $m$  pentru care ecuația  $(\sin x - m)^2 + (\sin x - m^2 + 2m - 2)^2 = 0$  are soluții este:

A 2  B 1  C 3  D infinit  E 0

**26** Dacă  $x, y \in [-\pi, \pi]$  atunci relația  $(\cos x + \cos y)^2 + (\sin x + \sin y)^2 = 4$  are loc dacă și numai dacă  $x - y$  aparține mulțimii:

A  $[-\pi, 0]$   B  $\{0, 2\pi\}$   C  $\{0\}$   D  $[0, \pi]$   E  $\{-2\pi, 0, 2\pi\}$

**27** Mulțimea soluțiilor inecuației  $2(x-1) \geq 4(x+1)$  este:

A  $[-3, \infty)$   B  $(-\infty, -3]$   C  $(2, \infty)$   D  $(-\infty, 2]$   E  $[-3, 2]$

**28** Soluția ecuației  $16^x + 4^x = 20$  aparține mulțimii:

A  $[-5, 1)$   B  $[-1, 1)$   C  $\{1\}$   D  $\{-5, 4\}$   E  $\emptyset$



**29** Matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$  are rangul minim pentru:

- A  $a = 0$      B  $a = -21$      C  $a = 1$      D  $a = 5$      E  $a = 7$

**30** Pe  $\mathbb{R}$  se consideră legea "\*" definită prin  $x * y = xy - 6x - 6y + 42$ . Elementul neutru este:

- A 5     B nu există.     C 7     D 6     E 1

Fie polinomul  $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$ .

**31**  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$  este:     A 4     B 3     C -1     D -3     E 5

**32** Valoarea lui  $a$  pentru care  $P$  are o rădăcină dublă întregă este:

- A nu există     B 0     C -1     D 2     E 1

**33** Dacă  $P$  are rădăcini distincte, atunci expresia  $\frac{P(x_1) - x_1^3}{P'(x_1)} + \frac{P(x_2) - x_2^3}{P'(x_2)} + \frac{P(x_3) - x_3^3}{P'(x_3)}$  este:

- A -1     B 1     C 0     D 2     E depinde de  $a$

Fie monoidul multiplicativ  $(M, \cdot)$ , unde  $M = \{A(a, b) | a, b \in \mathbb{R}\}$  cu  $A(a, b) = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & a \end{pmatrix}$ .

**34**  $A^2(1, 1)$  este:     A  $A(2, 1)$      B  $A(4, 4)$      C  $A(1, 2)$      D  $2A(1, 1)$      E  $4A(2, 2)$

**35** Elementul neutru în monoidul  $M$  este:

- A nu există     B  $A(1, 1)$      C  $A(0, 1)$      D  $A(2, 2)$      E  $A(1, 0)$

**36**  $A^n(a, a)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este:

- A  $A(2^n a, 2^n a)$      B  $A(a^n, a^n)$      C  $2^{n-1} a^n A(1, 1)$      D  $A(n, n)$      E  $I_3$

Se dă polinomul  $P(x) = (x^2 + x + 1)^{2015} + x + 1$  cu rădăcinile  $x_k$ ,  $1 \leq k \leq 4030$ .

**37**  $P(i)$  este:     A  $-i$      B 0     C  $i$      D 1     E  $-1$

**38** Restul împărțirii lui  $P$  la  $x^2 + 1$  este:     A  $x$      B  $-1$      C 1     D  $x + 1$      E  $x - 1$

**39** Valoarea lui  $\sum_{k=1}^{4030} \frac{1}{x_k}$  este:     A  $-1000$      B  $-1008$      C 1     D  $e$      E 4030

**40** Familia de parabole asociate funcțiilor  $f_m(x) = mx^2 + (m + 1)x - 2m + 2$ ,  $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ,

- A are 3 puncte fixe     B are un punct fix pe  $Oy$      C are un punct fix pe prima bisectoare  
 D are 2 puncte fixe     E nu are puncte fixe

**41** Mulțimea soluțiilor ecuației  $\log_3 x^2 - 2 \log_{-x} 9 = 2$  este:

- A  $\{9\}$      B  $(-\infty, 0)$      C  $\{2\}$      D  $\{-9\}$      E  $\left\{-\frac{1}{3}, -9\right\}$



**42** Mulțimea valorilor  $(m, n) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  pentru care sistemul 
$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + 2my + z = 1 \\ x + y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat este:

- A  $\{(1, 1), (\frac{1}{2}, 1)\}$     B  $\{(0, 0)\}$     C  $\{(-1, 1), (0, 1)\}$     D  $\{(1, -1), (1, 0)\}$     E  $\emptyset$

**43** Valoarea lui  $1 + i + i^2 + \dots + i^{2015}$  este:  A  $1 + i$     B  $i$     C  $-i$     D  $1$     E  $0$

**44** Termenul care nu-l conține pe  $x$  din dezvoltarea  $(\sqrt[5]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^{21}$  este:

- A  $C_{21}^6$     B  $C_{21}^1$     C  $C_{21}^3$     D  $C_{21}^4$     E nu există

**45** Numărul complex  $\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{1 + i}\right)^{2016}$  este:

- A  $1 + i\sqrt{3}$     B  $2^{-1008}$     C  $1$     D  $i$     E  $2^{1008}$